

# COMPORTAMIENTO DE LOS ALGORITMOS DE OPTIMIZACION EN LA RECONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA DE SÓLIDOS

J. Conesa<sup>(1)</sup>, M. Contero<sup>(2)</sup>, P. Company<sup>(2)</sup>

(1) Dpto. de Expresión Gráfica. Univer.Politécnica de Cartagena.  
Paseo Alfonso XIII 48, E-30203 CARTAGENA.  
Tfno. : 968 32 54 98. Fax. : 968 32 56 34. [julian.conesa@upct.es](mailto:julian.conesa@upct.es)

(2) Dpto. de Tecnología. Universitat Jaume I.  
Campus del Riu Sec. E-12071 CASTELLON.  
Tfno. : 964 72 81 25. Fax. : 964 72 81 06. [contero@tec.uji.es](mailto:contero@tec.uji.es). [pcompany@tec.uji.es](mailto:pcompany@tec.uji.es)

## RESUMEN.

La reconstrucción geométrica mediante métodos de optimización presenta un problema común con todos los procesos de optimización: la existencia de mínimos locales. En este caso, los mínimos locales deben evitarse, porque producen modelos tridimensionales inconsistentes con la percepción visual humana. Pero evitar los mínimos locales no es fácil, porque los algoritmos de optimización se deben ajustar mediante una serie de parámetros que toman valores distintos para diferentes tipologías de objetos a reconstruir y dependen de las características de la imagen de partida.

En este trabajo se presenta la aplicación de dos algoritmos de optimización. El primero se ha elegido por ser un algoritmo simple y robusto, del tipo “de descenso”. El segundo pertenece al grupo de los algoritmos que se suponen capaces de obtener mínimos globales. Mediante dicho estudio se pretende poner de manifiesto las principales ventajas e inconvenientes de ambos tipos de algoritmos, al tiempo que se aportan sugerencias sobre métodos de ajuste automático de los parámetros que los gobiernan.

**Palabras clave:** Optimización, Reconstrucción geométrica.

## 1.- INTRODUCCIÓN.

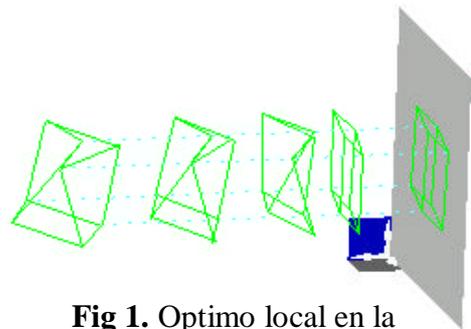
Nuestro objetivo último es generar un lenguaje gráfico de comunicación entre el ser humano y el ordenador [http(1999)], con especial orientación hacia la comunicación entre los diseñadores/proyectistas y las aplicaciones CAD. Para ello, se utiliza la Reconstrucción Geométrica, en la que la información de entrada son figuras geométricas en 2D y la información de salida son modelos geométricos 3D utilizados por las aplicaciones CAD/CAM/CAE.

La optimización numérica constituye, a nuestro entender, uno de los caminos más prometedores para *reconstruir modelos geométricos*. La razón es que los procesos iterativos característicos de la optimización guardan una cierta similitud con la manera de operar de la percepción humana (ver [Company(1999)] y [Conesa(1999)]).

En la reconstrucción geométrica por optimización, se hacen coincidir las coordenadas (X,Y) de los vértices del modelo con las de la imagen de partida siendo las coordenadas

Z las variables de diseño. La función objetivo se define según reglas de percepción visual [Hoffmann(2000)], en términos de regularidades definidas como propiedades de un modelo observables en la imagen. La función objetivo se formula en lenguaje matemático como ([Marill(1991)], [Leclerc(1992)] y [Lipson(1996)]:  $F = \sum \alpha_j R_j(z)$  donde,  $\alpha_j$  es el j-esimo coeficiente de ponderación, y  $R_j(z)$  es la j-esima regularidad.

Los procesos de optimización para la reconstrucción geométrica difieren de la mayoría de los métodos de optimización aplicados al diseño en ingeniería, porque en la reconstrucción, los mínimos locales pueden representar soluciones no aceptables, en tanto que ofrecen modelos tridimensionales no acordes con la percepción visual humana. Como ejemplo, la figura 1 representa un mínimo local, con una función objetivo que sólo es un 12% mayor que la que se obtendría en el mínimo global. Aunque la figura obtenida tiene una topología claramente diferente a la que resultaría aplicando las reglas de la percepción (figura 2 b).



**Fig 1.** Optimo local en la reconstrucción geométrica

## 2.- OPTIMIZACION DE LA RECONSTRUCCION

La elección de un algoritmo de optimización apropiado debe considerar aspectos muy dispares. Los métodos aplicados hasta la fecha en reconstrucción son iterativos, continuos, no lineales y sin restricciones. Marill [Marill(1991)] utilizó el algoritmo de Hill Climbing, algoritmo de descenso que mantiene la misma dirección de búsqueda mientras la solución no empeora. Leclerc y Fischler [Leclerc(1992)] implementaron y estudiaron el comportamiento del algoritmo del “Gradiente Conjugado”. Posteriormente Lipson y Sphitalni [Lipson(1996)] exploraron tres algoritmos de optimización: “interpolación parabólica (el más prometedor)”, “Gradiente Conjugado” (converge rápidamente, pero en ocasiones no lo hace) y un “Algoritmo Genético” (que según los autores, evitaba mínimos locales pero precisaba de un elevado número de iteraciones).

### 3.- ALGORITMO HILL CLIMBING

El algoritmo Hill-Climbing es un algoritmo “de descenso”, de sencilla implementación y gran robustez, que dada la repetitividad de su método de búsqueda permite contrastar resultados. La dirección de búsqueda se hace de forma exhaustiva calculando todas las posibles direcciones, y eligiendo aquella que consigue un mayor descenso. Para “n” variables  $z = (z_0, z_1, \dots, z_{n-1})$ , se ensayan  $2n$  formas:  $z_1 = (z_0 + s, z_1, \dots, z_{n-1})$ ,  $z_2 = (z_0 - s, z_1, \dots, z_{n-1})$ , ...  $z_{2n-1} = (z_0, z_1, \dots, z_{n-1} + s)$ ,  $z_{2n} = (z_0, z_1, \dots, z_{n-1} - s)$ , donde “s” toma valores arbitrarios. Típicamente, se realizan varios “escalones”, asignando a s valores decrecientes en los sucesivos escalones. Una vez alcanzada una situación de “equilibrio” para un determinado escalón (cuando ninguna dirección de búsqueda proporciona una solución que mejore a la actual, cuando la mejora es menor que un cierto valor mínimo, o cuando se alcanza un máximo de búsquedas), el proceso se repite para el siguiente escalón  $k+1$ , en el que se aplica un salto “s” menor.

La tendencia a obtener mínimos locales es el principal problema de éste algoritmo, que se debe al carácter descendiente del coste definido por los criterios de aceptación del algoritmo, y que depende en gran medida de la solución de partida.

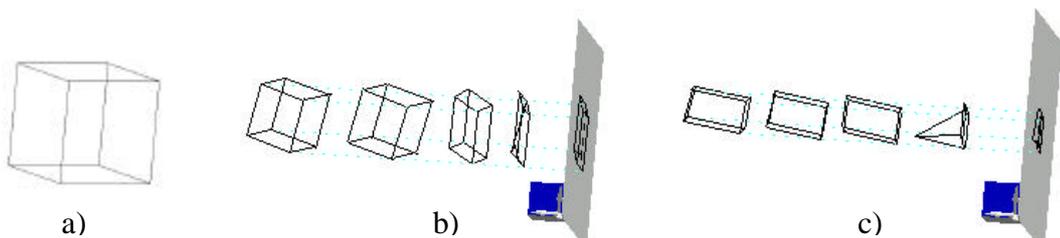
### 4 - ENSAYOS Y CONCLUSIONES DEL ALGORITMO HILL-CLIMBING

La diferencia fundamental entre las propuestas de Marill y Leclerc y Fischler en lo referente al algoritmo de optimización, radica en el número de escalones, así como en el valor cuantitativo de los mismos. Marill proponían tres escalones, con valores de  $s = 1, 0.5, 0.1$ ; Leclerc y Fischler proponían los valores  $0.125, 0.0625, 0.03125, 0.015, 0.007$ . Hay que notar que los ejemplos ensayados por Marill estaban dentro de un rango máximo  $\Delta x = 7.79$ , y  $\Delta y = 8.16$ . Es decir, el escalón de máximo valor oscilaba en un 12% del  $\max(\Delta x, \Delta y)$ . Los ejemplos de Leclerc y Fischler estaban dentro de un rango máximo  $\Delta x = 4.78$ , y  $\Delta y = 3.50$ , por lo que el escalón de máximo valor oscilaba con un máximo del 2% del  $\max(\Delta x, \Delta y)$ .

De las propuestas de los autores anteriores y del análisis realizado en nuestra propia aplicación, podemos extraer las siguientes conclusiones:

1. Resulta evidente que el incremento de escalones aumenta considerablemente el coste computacional, si bien, la solución obtenida es más precisa.
2. La definición de mas de diez escalones no produce efectos en el resultado final. Sobrepasar los cinco escalones mejora ligeramente la precisión final, pero incrementando notablemente el coste computacional.
3. El salto fijado para el primer escalón, debe ser dependiente de las dimensiones de la imagen a reconstruir, por tanto no puede establecerse una lista genérica de escalones, sino que estos deberán depender de las dimensiones de la imagen.
4. La ley de decrecimiento de los escalones no tiene gran influencia. Se ha ensayado una ley del tipo  $s_{i+1} = R * s_i$ , que da buenos resultados con valores de R entre 0.5 y 0.25.

Como conclusión, proponemos saltos determinados a partir de las dimensiones de la imagen de partida en porcentaje del valor máximo( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ), con rango entre el 2.5 y el 5%. Ya que porcentajes entorno al 2.5 dan soluciones precisas y en torno al 5 aportan soluciones rápidas. Además entre 5 y 10 escalones, con una reducción del 50%, se considera apropiado para obtener buenas soluciones, con tiempos de computación aceptables. Hay que destacar que el comportamiento del algoritmo es bastante sensible a estos parámetros. Una muestra de los efectos provocados como consecuencia de una mala elección de parámetros del algoritmo, es el alargamiento de la sección cuadrada del prisma que se produce para un alto valor inicial con respecto al  $\max(\Delta x$  y  $\Delta y)$  de la imagen (Fig 2).



**Fig 2.** a) Imagen 2D, b) Reconstrucción del modelo con valor de escalón inicial del 2,5% c) Reconstrucción con altos valores de escalón inicial

## **5. - ALGORITMO SIMULATED ANNEALING.**

La técnica del Simulated Annealing (SA), consiste en una búsqueda aleatoria dirigida basada en métodos enumerativos que utilizan información adicional para guiar la búsqueda. Dicho algoritmo, que mantiene los mismos criterios de parada que el algoritmo de Hill-Climbing, difiere del resto de los algoritmos de optimización en el criterio de aceptación de nuevas soluciones, que teóricamente le permite escapar de mínimos locales. Dicho criterio acepta una nueva solución siempre que el incremento del coste es negativo o, siendo el incremento positivo cuando se verifica una probabilidad  $\exp(-\Delta C/T)$ , donde  $\Delta C$  es el incremento de coste y  $T$  un parámetro de control del algoritmo, asimilable al concepto de “temperatura” de un sistema en enfriamiento, que varía de acuerdo con una determinada ley de enfriamiento.

## **6. - ENSAYOS Y CONCLUSIONES DEL ALGORITMO SA**

Como resultado de los ensayos realizados pueden extraerse las siguientes conclusiones:

1. Un alto número de iteraciones por escalón provoca un mayor número de rechazos verificándose prematuramente la condición de equilibrio del algoritmo.
2. Elevadas temperaturas iniciales aumentan el número de transiciones aceptadas provocando grandes oscilaciones en el proceso de optimización.
3. Los métodos para determinar la temperatura inicial resultan proporcionales a la longitud de paso inicial, por lo que elevados incrementos iniciales provocan temperaturas iniciales elevadas dando lugar a los efectos del punto 2.
4. La longitud del paso inicial, al igual que para el algoritmo de Hill Climbing, es dependiente de las dimensiones de la imagen a reconstruir, por lo que la lista de escalones deberá establecerse en función de las dimensiones de la imagen
5. La ley de enfriamiento debe asemejarse en lo posible a la evolución del coste. Una ley de enfriamiento drástica provoca bajas temperaturas en las últimas transiciones, por lo que el criterio metrópolis desciende en probabilidades y el algoritmo tiende a un comportamiento simple descendiente. Un enfriamiento lento mantiene temperaturas

elevadas en las últimas transiciones con una mayoría de aceptaciones produciendo grandes oscilaciones.

6. La reducción de incrementos debe estar ligada a la ley de disminución de la temperatura. Altos decrementos de variables provocan incrementos muy pequeños para temperaturas elevadas con un gran número de aceptaciones y grandes oscilaciones del algoritmo de optimización. Bajos decrementos provocan grandes incrementos de variables para temperaturas bajas aumentando el número de rechazos en el algoritmo llegando prematuramente al criterio de congelación. Como consecuencia se aconseje reducciones del paso entorno al 98% del paso actual.

## **BIBLIOGRAFÍA**

1. Company, P., Gomis, J.M. and Contero, M., (1999) “Geometrical Reconstruction from Single Line Drawings Using Optimization-Based Approaches”, *WSCG'99. Conference proceedings*, (ISBN 80-7082-490-5), Volume II, pp. 361-368.
2. Conesa, J., Company, P., y Gomis, J.M. (1999), “Initial modeling strategies for geometrical reconstruction optimization-based approaches”, *11th ADM International conference on design tools and methods in industrial engineering*, Vol. B, pp. 161-171.
3. Hoffmann D., (2000). “Inteligencia visual. Como creamos lo que vemos”. *Ed. Paidós* ISBN 84-493-0918-2.
4. <http://www.tec.uji.es/tecnologia/grups/reconstruccion/presentacion.html>.
5. Leclerc, Y. and Fischler M., (1992). “An Optimization-Based Approach to the Interpretation of Single Line Drawings as 3D Wire Frames”, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 9, No. 2, pp. 113-136.
6. Lipson H. and Shpitalni M., (1996). “Optimization-Based Reconstruction of a 3D Object from a Single Freehand Line Drawing”, *Computer Aided Design*, Vol. 28, No. 8, pp. 651-663.
7. Marill, T., (1991) “Emulating the Human Interpretation of Line-Drawings as Three-Dimensional Objects”, *Int. Journal of Computer Vision*, Vol. 6, No. 2, pp. 147-161.